



АГРАРНАЯ РЕФОРМА И ФОРМЫ ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ

Научная статья

УДК 631.153:519.7

doi: 10.55186/25876740_2024_67_3_330

ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ЗЕМЛЕДЕЛИЯ: ВЛИЯНИЕ ФАКТОРОВ РОСТА НА УРОЖАЙНОСТЬ (ПРОДУКТИВНОСТЬ) СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

В.Г. Григулецкий

Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, Краснодар, Россия

Аннотация. Представлен краткий анализ результатов основных опубликованных работ по проблеме «цифровое сельское хозяйство» Российской Федерации и отмечается, что в целом отсутствие основных элементов цифрового земледелия и соответствующей инфраструктуры сдерживает внедрение и развитие этих технологий, оборудования, материалов и не способствует развитию цифрового сельского хозяйства в России; представлен сравнительный анализ известных цифровых моделей роста и продуктивности (Э.А. Митчерлих, В.Г. Григулецкий). На основе новой цифровой модели роста и продуктивности сельскохозяйственных культур проведены расчеты для разных растений и почвенно-климатических условий, показывающие хорошее соответствие опытных и расчетных (прогнозных) значений урожая. Впервые на основе численных расчетов определены значения коэффициентов действия разных факторов и обоснован характер изменения кривых роста растений: начальный этап нормального развития растения происходит по экспоненциальному закону, затем наступает фаза прямой пропорциональной зависимости роста (массы) растения от количества действующих питательных веществ, дальнейшее увеличение количества питательных веществ уменьшает темп роста и происходит его замедление.

Ключевые слова: факторы роста, урожайность, потенциальная продуктивность, сила действия фактора роста, прирост урожая, кривая роста урожайности, дозы удобрений, «начальное» значение урожая, математическая модель, дифференциальное уравнение, начальные условия, частное решение уравнения

Original article

DIGITAL AGRICULTURAL TECHNOLOGIES: INFLUENCE OF GROWTH FACTORS ON YIELD (PRODUCTIVITY) OF AGRICULTURAL CROPS

V.G. Griguletsky

Kuban State Agrarian University named after I.T. Trubilin, Krasnodar, Russia

Abstract. A brief analysis of the results of the main published works on the problem of “digital agriculture” in the Russian Federation is presented and it is noted that in general, the lack of basic elements of digital agriculture and the corresponding infrastructure hinders the introduction and development of these technologies, equipment, materials and does not contribute to the development of digital agriculture in Russia; a comparative analysis of well-known digital models of growth and productivity is presented (E.A. Mitscherlich, V.G. Griguletsky). Based on a new digital model of the growth and productivity of agricultural crops, calculations were carried out for different plants and soil and climatic conditions, showing good agreement between the experimental and calculated (predicted) yield values. For the first time, on the basis of numerical calculations, the values of the coefficients of action of various factors were determined and the nature of changes in plant growth curves was substantiated: the initial stage of normal plant development occurs according to an exponential law, then a phase of direct proportional dependence of plant growth (weight) on the amount of active nutrients begins, a further increase in the amount of nutrients substances reduces the growth rate and slows it down.

Keywords: growth factors, yield, potential productivity, strength of the growth factor, yield increase, yield growth curve, fertilizer doses, “initial” yield value, mathematical model, differential equation, initial conditions, particular solution of the equation

В теории, между теорией и практикой нет никакого различия!
На практике, между практикой и теорией есть большое различие!
Нет ничего практического хорошей теории!!!

Густав Роберт Киргофф,
немецкий математик, механик, физик (1824-1887 гг.),
член-корреспондент Петербургской академии наук (1862 г.),
член Берлинской академии наук (1875 г.),
член Лондонского королевского научного общества (1875 г.)

Введение. Главной задачей современного развития агропромышленного комплекса Российской Федерации является повышение плодородия почв и увеличение урожайности (продуктивности) сельскохозяйственных культур на основе передовых технологий, техники и материалов и, в частности, использования «цифровых технологий»; можно считать, что «цифровое земледелие» — это комплекс передовых агротехнологических, агротехнических, мелиоративных, экономических и экологических мероприятий, своевременное выполнение которых обеспечит получение экономически обоснованных урожаев разных сельскохозяйственных культур.

Необходимость и актуальность разработки цифровых моделей роста и продуктивности сельскохозяйственных растений (культур) определена в основных положениях Программы «Цифровая экономика» Российской Федерации [1], где отмечается целесообразность создания условий для развития общества знаний, повышение доступности и качества товаров и услуг, произведенных в цифровой экономике с использованием современных цифровых технологий. В частности, в статьях С.Б. Огнивцева [2-4] описаны этапы развития информационных технологий, как-то: автоматизация, информация, цифровизация и т. д. Рассмотрены тенденции и понятия современного этапа цифровизации и сквозные технологии, предлагаемые программой «Цифровая экономика». Обосновывается необходимость создания цифровой платформы АПК, как важной составляющей современной цифровой экономики. Целью разработки и развития цифровой платформы АПК является увеличение эффективности работы сельскохозяйственных и агропромышленных предприятий за счет широкого внедрения в производственные процессы новых цифровых, в том числе сквозных, технологий и инновационных бизнес-моделей рыночного взаимодействия этих предприятий на основе модели «платформа как сервис». Определяются задачи и структура цифровой платформы, в которую входят субплатформы,



соответствующие агропродовольственным рынкам, и модули-приложения, служащие для решения различных практических задач. Предлагается последовательность этапов разработки цифровой платформы. Обосновывается экономический эффект внедрения предлагаемой платформы и необходимость государственных вложений в этот проект.

В статьях В.И. Кирюшина, А.Л. Иванова [5], И.С. Санду [6], И.Г. Ушачева [7] с соавторами описаны многие важные концептуальные вопросы организации и работы цифровой экономики в АПК, как общая часть аграрной политики в Российской Федерации.

В статьях В.И. Меденикова, Ф.И. Ерешко, В.В. Кульба [8-9] с системных позиций рассматривается процесс детерминологизации появившихся в связи со всеобщей цифровизацией общества новых понятий: «цифровая экосистема», «экосистема цифровой экономики», «цифровая бизнес-экосистема», «цифровая платформенная экосистема» и т. д. Показано, что бизнес-сообщество в погоне за модными словами, уже не обладающими научной точностью, приводит к упрощению заключенных в них понятий, которые в результате теряют строгую концептуальность, системность, однозначность. *Многозначность понятий, усиленная неопределенностью трактовки цифровой платформы, представленной десятками определений, ведет к размыванию и запутыванию научного системного подхода к цифровизации управления реальной экономики, к ее дезинтеграции, то есть ведет к огромному числу вариантов развития данного процесса, препятствующему выполнению основного требования цифровой экономики — максимальной интеграции данных и алгоритмов. Исходя из результатов моделирования, рассматриваются методы формирования научно обоснованной цифровой экосистемы агропромышленного комплекса, основу которой составляет единое информационное интернет-пространство цифрового взаимодействия страны, интегрирующего единую цифровую платформу управления производством и единую платформу информационных научно-образовательных ресурсов. Комплексная реализация представленной цифровой экосистемы АПК позволит сократить затраты на выполнение программы цифровой экономики в десятки-сотни раз.*

В работе Н.Н. Сологуб, О.И. Улановой, Н.И. Островеродовой, Д.А. Островеродовой [11] подробно рассматриваются проблемы и перспективы внедрения цифровых технологий в сельское хозяйство Российской Федерации на современном этапе. Проведен анализ состояния аграрного комплекса в контексте инновационного развития. В современном сельском хозяйстве возрастает необходимость в применении современных технологий, в том числе систем сбора, хранения и обработки данных. Использование ИТ-технологий способствует повышению урожайности и рентабельности сельского хозяйства, снижению материальных затрат, более эффективному распределению средств. Обозначены основные направления цифровизации аграрного сектора, предусматривающие прохождение нескольких этапов. Выделены приоритетные задачи, реализация которых станет возможна благодаря государственной поддержке и согласованной работе всех заинтересованных участников данного процесса. По мнению авторов работы [11], в условиях глобализации для повышения конкурентоспособности своей продукции Россия должна принять вызовы цифровизации и активно внедрять ИТ-технологии в сельское хозяйство. Цифровые технологии позволяют контролировать полный цикл растениеводства или животноводства — «умные» устройства измеряют и передают параметры почвы, растений, микроклимата и т.д. Все эти данные с датчиков, дронов и другой техники анализируются специальными программами. Мобильные или онлайн-приложения приходят на помощь фермерам и агрономам — чтобы определить благоприятное время для посадки или сбора урожая, рассчитать схему удобрений, спрогнозировать урожай и многое другое. Внедрение передовых информационных технологий сократит объем ручного труда и расходы, повысив производительность и урожайность.

В монографии [12] описано текущее состояние и перспективы развития цифрового сельского хозяйства; в книге приводится определение «точное земледелие» — широкий спектр технологий от планирования посева и подготовки почвы, мониторинга состояния и управления посевом, контроля уровня влажности, минерализации почвы и температурного режима до сбора урожая; *точное земледелие* призвано оптимизировать операционные расходы и повысить урожайность (в среднем на 15-20 %) путем сокращения объемов используемых семян, агрохимикатов, удобрений и воды, более эффективного использования земли; с учетом особенностей того или иного участка определяются агрокультура с наибольшей урожайностью, а также оптимальная методика выращивания и ухода для максимизации урожайности. В общем в книге [12] представлен анализ текущего состояния и перспектив развития цифровизации и интеллектуализации сельского хозяйства, применения систем точного земледелия, технологий интернета вещей, использования интеллектуальных систем

Таблица 1. Рейтинг востребованности основных элементов точного (цифрового) земледелия и интернета вещей [12], %

Table 1. Rating of demand for the main elements of precision (digital) agriculture and the Internet of things [12], %

№ п.п.	Элементы цифрового земледелия	Баллы, %
1	Дифференцирование внесения удобрений	96
2	Составление цифровых карт	96
3	Мониторинг состояния посевов	91
4	Дифференцированные поливы	87
5	Локальный отбор и анализ почвы	82
6	Определение границ полей	80
7	Дистанционное зондирование	73
8	Обработка больших массивов данных	65
9	Дифференцированный посев	65
10	Дифференцированная обработка почвы	62
11	Искусственный интеллект для АПК	56
12	Интернет вещей (IoT)	49

в растениеводстве и животноводстве, робототехнических систем и систем мониторинга; с целью контроля и управления сельскохозяйственным производством.

Основные положения цифрового сельского хозяйства определены в Ведомственном Проекте «Цифровое сельское хозяйство» [13]. В обзорной аналитической работе [14] отмечается, что единая концепция развития цифрового сельского хозяйства России предполагает выполнение следующих основных мероприятий:

- разработка и создание системы геоинформационного мониторинга агропромышленного производства;
- разработка и создание интеллектуальной системы поддержки принятия решений;
- разработка и создание интеллектуальных роботизированных средств агропромышленного производства;
- кадровое обеспечение цифрового агропромышленного производства и др.

Среди особо востребованных элементов цифровых технологий земледелия в монографии [12] специально отмечается дифференцированное внесение удобрений (96%), составление цифровых карт (96%), мониторинг состояния посевов (91%) и т.д. (табл. 1).

В целом в статьях [2-11] рассмотрены концепция и концептуальные вопросы работы цифровой экономики в АПК, поэтому важно разработать математические (цифровые) модели для конкретных процессов и сельскохозяйственных технологий. Отсутствие основных элементов цифрового земледелия и соответствующей инфраструктуры в России сдерживает внедрение и развитие этих технологий, оборудования и материалов для АПК; недостаток IT-специалистов, отсутствие устройств, датчиков и оборудования российского производства для АПК не способствуют развитию цифрового земледелия в Российской Федерации.

Новый закон действия факторов роста и урожайность сельскохозяйственных культур. В работах Э.А. Митчерлиха [15-18] и других авторов опубликовано большое количество опытных данных (лабораторные, вегетационные и полевые эксперименты), при математической обработке которых использовались следующие формулы:

$$A = \frac{y_1^2 - y_0 y_2}{2y_1 - y_0 - y_2}, \quad (1)$$

$$k = \frac{\lg(A - y_0) - \lg(A - y_1)}{x_1 - x_0}, \quad (2)$$

$$b = \frac{\lg(A) - \lg(A - y_0)}{c}, \quad (3)$$

$$y(x) = A[1 - 10^{-kx}], \quad (4)$$

А — максимально возможный урожай, полученный при оптимальном количестве изучаемого фактора роста (x); k — коэффициент действия данного фактора роста (x); b — запас питательного вещества в почве; $y(x)$ — количество урожая конкретного растения при внесении в почву определенного питательного вещества (x); y_0, y_1, y_2 — количества урожая в опытах (экспериментах) через равные интервалы изменения питательных веществ: $x_2 - x_1 = x_1 - x_0$, причем $y_0 = y(x_0), y_1 = y(x_1), y_2 = y(x_2)$.





Из таблицы 2 видно, что предложенная в работах [19, 20] цифровая модель роста и продуктивности растений является более общей, чем известная модель академика Э.А. Митчерлиха [15-18]; в отличие от основного положения «закона Митчерлиха», согласно которому: урожайность (y) и прирост урожая (dy) пропорциональны недостатку урожая

Таблица 2. Сравнительный анализ моделей роста и продуктивности растений
Table 2. Comparative analysis of plant growth and productivity models

№№ п.п.	Митчерлих Э.А.	Григулецкий В.Г
Основное уравнение		
1	$\frac{dy}{dx} = k(A - y)$	$\left(\frac{1}{B + y}\right) \frac{dy}{dx} = c(A - y)$
Начальные условия		
2	$y(x_0) = y_0$	$y(x_0) = y_0$
Частное решение		
3	$\lg\left[\frac{(A - y_0)}{(A - y)}\right] = k(x - x_0)$	$\ln\left[\frac{(A - y_0)(B + y)}{(A - y)(B + y_0)}\right] = c(A + B)(x - x_0)$
Максимальный урожай		
4	$A = \frac{y_2^2 - y_1 \cdot y_3}{2y_2 - y_1 - y_3}$	$A + B = \frac{2(y_0 + y_1)(y_0 + y_2)(y_0 + y_3) - (y_0 + y_2)^2(y_1 + y_3 + 2y_0)}{(y_0 + y_1)(y_0 + y_3) - (y_0 + y_2)^2}$
Коэффициент действия фактора		
5	$k = \frac{\lg(A - y_1) - \lg(A - y_2)}{x_2 - x_1}$	$c = \frac{\ln[(A - y_0)(B + y)] - \ln[(B + y_0)(A - y)]}{(A + B)(x - x_0)}$
Количество питательных веществ в почве		
6	$b = \frac{\lg(A) - \lg(A - y_0)}{k}$	$b = \frac{\ln[(A - y_0)(B + y)] - \ln[(B + y_0)(A - y)]}{(A + B)c}$



Рисунок 1. Общее отношение между отдельным фактором и ростом растения. Возрастание фактора обусловливает усиление роста до точки, когда какой-либо из факторов становится ограничивающим, после чего дальнейшее возрастание не оказывает эффекта. Наконец избыток фактора вызывает какой-нибудь вредный эффект, причиняемый им

Figure 2. General relationship between a single factor and plant growth. An increase in a factor causes growth to increase to the point where one of the factors becomes limiting, after which further increases have no effect. Finally, an excess of a factor causes some harmful effect caused by it

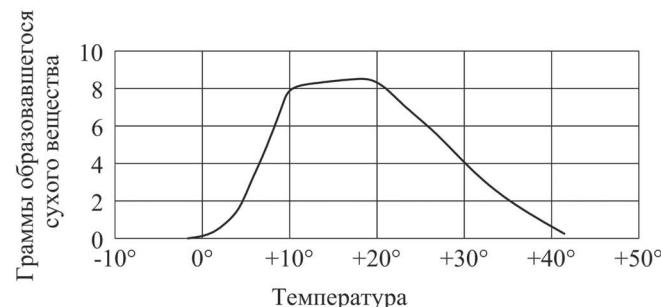


Рисунок 2. Отношение между температурой и ростом растения
Figure 2. Relationship between temperature and plant growth

до максимальной его величины (A), поэтому можно записать основное дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dy}{dx} = k(A - y), \quad (5)$$

ниже принимается следующее утверждение: урожайность (y) и прирост урожая (dy) возрастают при увеличении количества факторов роста (x), пропорционально количеству урожая ($A - y$), не достигшего до предельной (максимальной) потенциальной урожайности (A), и возможному значению урожая ($B + y$), выше некоторого минимального (начального) значения урожая (B), поэтому можно использовать следующее основное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dx} = c(A - y)(B + y), \quad (6)$$

c — коэффициент относительного действия данного фактора роста (x).

Влияние разных факторов роста на урожайность (продуктивность) сельскохозяйственных культур. В монографии Э.Дж. Рэсселя [21] при описании почвенных условий, влияющих на рост растений, отмечаются основные пять факторов, оказывающих действие на рост растений:

- снабжение водой;
- снабжение воздухом;
- температура почвы и воздуха;
- обеспечение питательными веществами (удобрения, микроэлементы, макроэлементы);
- вредные факторы (и т.д.).

Общая закономерность изменения массы роста растения от мощности действующих факторов роста показана на рисунке 1 (рис. 9, стр. 44, [21]).

Подобная кривая изменения массы листа лавровишенового дерева от температуры показана на рисунке 2 (рис. 5, стр. 39, [21]).

Отметим кривые изменения массы сухого вещества томатов, выращиваемых в сосудах с песком (рис. 3) и почвой (рис. 4) при разных количествах воды и нитратов (рис. 8, стр. 44, [21]).

На рисунке 5 показаны кривые изменения массы сухого вещества при внесении азотистых питательных веществ на рост ячменя (рис. 1, стр. 31, [21]).

На рисунке 6 приведены кривые урожайности овса в зависимости от количества монофосфата кальция (рис. 2, стр. 32, [21]).

На рисунке 7 показаны кривые изменения урожайности овса в опытах в сосудах при внесении разного количества фосфора и воды (рис. 3, стр. 36, [21]).

Отметим общий характер представленных на рисунках 3-7 кривых: они приближенно определяют симмоидальную линию, или S-кривую. По мнению Э.Дж. Рэсселя [21], действие каждого отдельного фактора роста можно изобразить кривой, определяющей действие одного фактора до того момента, когда второй (следующий) фактор начинает быть недостаточным; тогда кривая значительно изменяется: вместо того, чтобы непрерывно

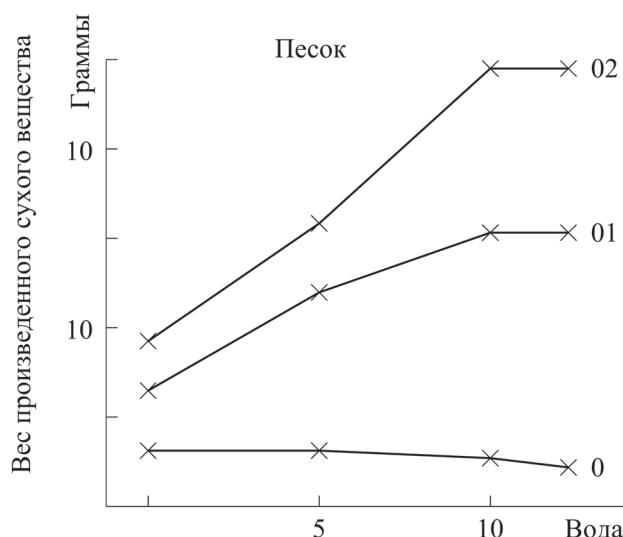


Рисунок 3. Эффект изменяющихся количеств воды и азота на рост томатов в сосудах с песком

Figure 3. Effect of varying amounts of water and nitrogen on the growth of tomatoes in containers with sand

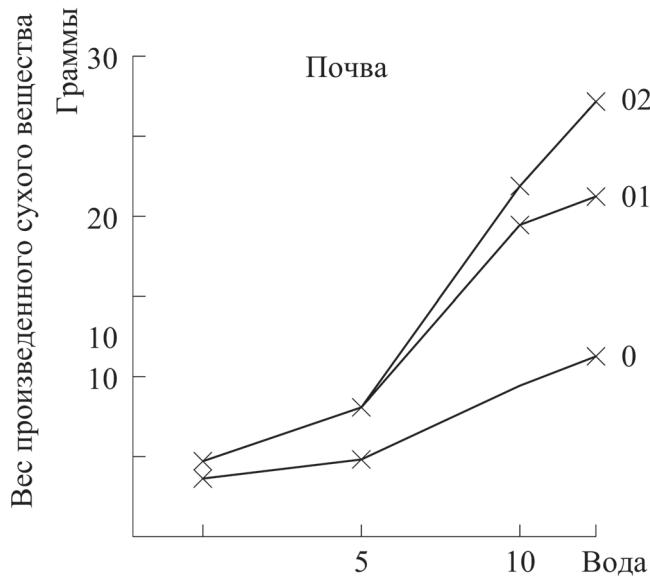


Рисунок 4. Эффект изменяющихся количеств воды и азота на рост томатов в сосудах с почвой

Figure 4. Effect of varying amounts of water and nitrogen on tomato growth in pots of soil

продолжаться, усиление роста начинает понижаться или даже прекращаться; фактор, оказывающийся таким образом недостаточным и останавливающий, или сильно задерживающий процесс, который должен был быть непрерывным, называется «ограничивающим фактором»; рост начинается снова, когда увеличивается величина «ограничивающего фактора», пока этот фактор не оказывается снова недостаточным, или не делается недостаточным какой-либо новый фактор; действие различных факторов роста является комплексным, взаимосвязанным и уменьшение количества одного фактора может ограничить (уменьшить) действие других факторов роста. В таблице 3 представлены опытные данные урожая овса в сосудах при внесении разного количества фосфатов (первый фактор) и воды (второй фактор) (табл. VII, стр. 36, [21]).

Из данных таблицы 3 видно, что относительное изменение урожайности овса при разных количествах фосфатов и воды приближенно отражается сigmoidной кривой (рис. 7). Рассмотрим применение новой цифровой модели роста и продуктивности растений для описания опытных данных

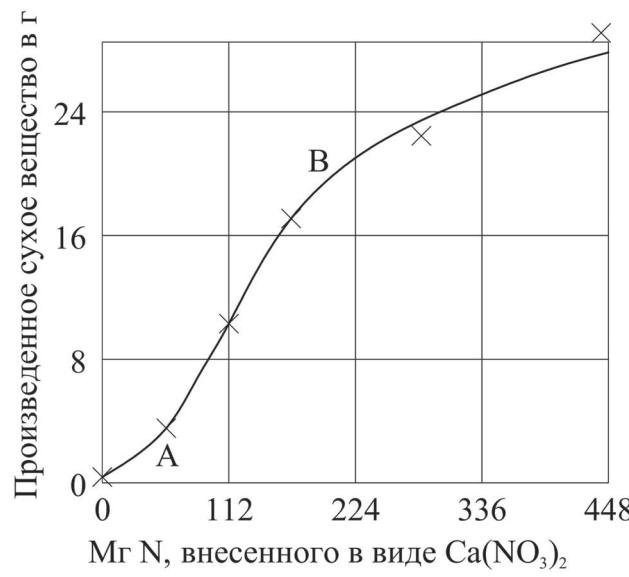


Рисунок 5. Эффект снабжения азотистой пищей на рост ячменя (Гелльригель)

Figure 5. Effect of nitrogenous food supply on barley growth (Gellriegel)

разных исследователей и разных факторов роста. Рассмотрим опытные данные о влиянии фосфорных удобрений (x) на урожайность (y), полученные в первых экспериментах Э.А. Митчерлиха (табл. II, стр. 541, [15]) (табл. 4).

Найдем значение коэффициента A , который определяет максимальный возможный урожай:

$$A + B = \frac{2(3,1 + 3,1)(3,1 + 26,6)(3,1 + 44,1) - (3,1 + 26,6)^2(3,1 + 44,1 + 6,2)}{(3,1 + 3,1)(3,1 + 44,1) - (3,1 + 26,6)^2} = 50,42,$$

откуда следует:

$$A = 50,42 - 3,1 = 47,32.$$

Найдем значение «коэффициента действия фактора роста» (c) на интервале от $x_0 = 0,5$ до $x = 1,0$:

$$c = \frac{\ln[(47,32 - 26,6)(3,1 + 44,1)] - \ln[(3,1 + 26,6)(47,32 - 44,1)]}{50,42(1,0 - 0,5)} = 0,092222.$$

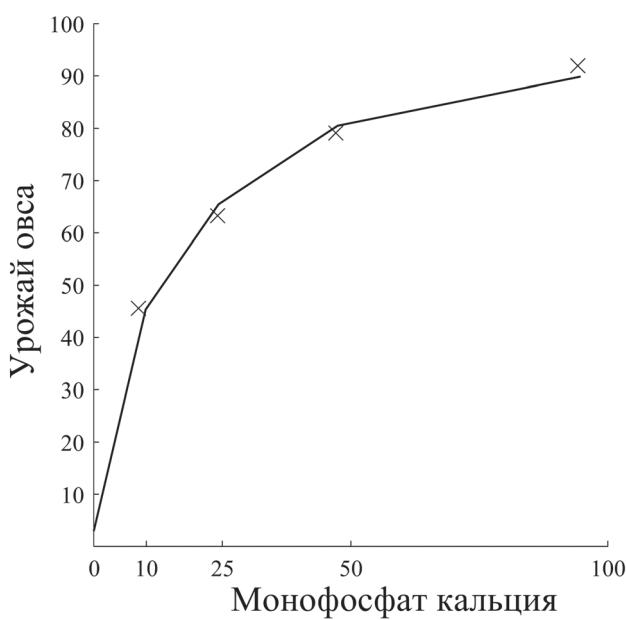


Рисунок 6. Кривая Митчерлиха, показывающая отношение между урожаем овса и количеством внесенного фосфата

Figure 6. Mitscherlich curve showing the relationship between oat yield and the amount of phosphate applied

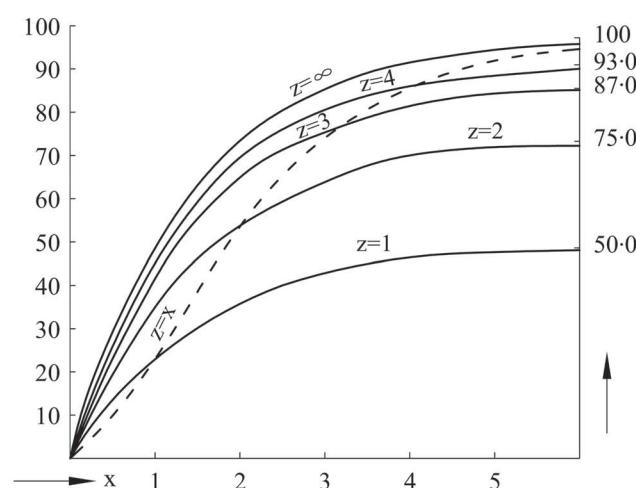


Рисунок 7. Эффект на урожай при изменении двух факторов. Сплошные линии: урожай для различных величин z , каждая из которых остается постоянной, в то время как x меняется. Пунктирная линия: урожай, когда x и z изменяются одновременно, при чем каждый из них имеет свою величину «действующей массы» (Wirkungsmenge)

Figure 7. Effect on yield when changing two factors. Solid lines: yield for different values of z , each of which remains constant while x varies. Dotted line: yield when x and z change simultaneously, each of them having its own "effective mass" value (Wirkungsmenge)



Таблица 3. Урожай овса (г) в опытах, проведенных в сосудах при внесении разного количества фосфатов и воды

Table 3. Oat yield (g) in experiments conducted in vessels with the addition of different amounts of phosphates and water

№№ п.п.	Доза фосфата кальция	1 доза воды (a)	2 дозы воды (b)	Отношение b/a
1	0	6,4	11,0	1,72
2	1	14,6	25,6	1,75
3	2	22,6	36,6	1,62
4	4	29,7	53,1	1,79
5	8	41,3	70,5	1,71
6	16	50,8	77,5	1,53
7	32	55,7	88,5	1,59

Таблица 4. Зависимость урожайности зерновых (y) от количества фосфорных удобрений (x) в опытах Э.А. Митчерлиха

Table 4. Dependence of grain yield (y) on the amount of phosphorus fertilizers (x) in the experiments of E.A. Mitscherlich

№№ п.п.	1	2	3	4	5
Доза удобрений, х	0,00	0,10	0,25	0,50	1,00
Урожай (опыт), у	3,1	8,1	15,8	26,6	44,1
Урожай (расчет)	3,10	6,10	12,51	26,60	44,10

Таблица 5. Средняя урожайность картофеля (у) в зависимости от количества калийных удобрений (x) в опытах Э.А. Митчерлиха

Table 5. Average potato yield (y) depending on the amount of potassium fertilizers (x) in the experiments of E.A. Mitscherlich

№№ п.п.	1	2	3	4	5
Доза удобрений, х	0,00	0,10	0,25	0,50	1,00
Урожай (опыт) у	6,4	29,1	44,7	62,7	70,2
Урожай (расчет)	10,8	28,0	45,7	61,9	73,0
Урожай (расчет)	6,40	16,62	37,57	62,699	70,20

Таблица 6. Результаты действия азота на урожайность ячменя в песчаной почве

Table 6. Results of the effect of nitrogen on barley yield in sandy soil

№№ п.п.	1	2	3	4	5	6
Внесено азота, мг	0	56	112	168	280	420
Урожай (опыт), г	0,742	4,856	10,803	17,528	21,289	28,727
Урожай (расчет)	0,742	3,929	10,794	18,724	24,983	25,661

Таблица 7. Результаты действия азота на урожайность ячменя в песчаной почве

Table 7. Results of the effect of nitrogen on barley yield in sandy soil

№№ п.п.	Доза азота, мг	Урожай (опыт), г	Урожай (расчет), г	Коэффициент действия азота (c_1)
1	0	0,742	0,742	—
2	56	4,856	4,856	0,000772
3	112	10,803	15,095	0,000497
4	168	17,528	18,439	0,000439
5	280	21,289	28,416	0,000122
6	420	28,727	25,287	0,000270

Таблица 8. Результаты действия калийных солей на рост ячменя

Table 8. Results of the effect of potassium salts on barley growth

№№ п.п.	Доза K ₂ O, мг/сосуд	Масса сухого вещества (опыт), г/сосуд	Масса сухого вещества (расчет), г/сосуд	Коэффициент действия калия (c_2)
1	0	2,410	2,410	—
2	23,5	4,948	4,948	0,000779
3	47,0	6,791	8,236	0,000456
4	70,5	10,801	8,857	0,000857
5	94,0	13,755	15,029	0,000595
6	188,0	20,357	22,755	0,000385
7	282,0	24,132	24,132	0,000385

Устанавливаем зависимость урожая (у) от количества фосфорного удобрения (x) в виде:

$$y(x) = \frac{47,32(6,2)\exp(4,649833 \cdot x) - 137,082}{(6,2)\exp(4,649833 \cdot x) + 44,22}$$

при следующих значениях: A = 47,32; B = 3,1; x₀ = 0; y₀ = 3,1; c = 0,092222. Результаты расчетов по этой формуле представлены в последней строке таблицы 4. Воспользуемся опытными данными, которые приведены в монографии Э.А. Митчерлиха [16] (табл. 76, стр. 223, [16]) (табл. 5).

В монографии Э.А. Митчерлиха [16] для этих опытных данных получено уравнение:

$$\lg(76,0 - y) = \lg(76) - 0,133(x + 0,05).$$

Результаты расчетов по этой формуле даны в предпоследней строке таблицы 5. Воспользуемся новой методикой. Находим значение коэффициента A, который определяет максимальный возможный урожай:

$$A + B = \frac{2(6,4 + 6,4)(6,4 + 62,7)(6,4 + 70,2) - (6,4 + 62,7)^2(89,4)}{(12,8)(76,6) - (69,1)^2} = 76,79,$$

откуда следует:

$$A = 76,79 - 6,4 = 70,39.$$

Находим значение «коэффициента действия фактора роста» (c) на интервале от x₀ = 0,5 до x = 1,0:

$$c = \frac{\ln[(70,39 - 62,7)(6,4 + 70,2)] - \ln[(6,4 + 62,7)(70,39 - 70,2)]}{76,79(1 - 0,5)} = 0,099067.$$

Устанавливаем основную зависимость урожая (у) от количества калийного удобрения (x) в виде:

$$y(x) = \frac{70,39(12,8)\exp(7,607355 \cdot x) - 409,536}{(12,8)\exp(7,607355 \cdot x) + 63,99}$$

при следующих значениях: A = 70,39; B = 6,4; x₀ = 0; y₀ = 6,4; c = 0,099067. Результаты расчетов по этой формуле представлены в последней строке таблицы 5. Сравнивая результаты расчетов по формуле Э.А. Митчерлиха и новой формуле можно отметить, что «кривая роста урожайности», полученная по новой методике расчета точно проходит через три опытные точки (0; 0; 6,4), (0,5; 6,7) и (1,0; 70,20), а «кривая роста урожайности» по методике Э.А. Митчерлиха не проходит через экспериментальные значения; максимальная абсолютная погрешность в начальной точке (0; 6,4) по методике Э.А. Митчерлиха более 68 %, определяя расчетное значение y_p = 10,8 вместо опытного значения y_{оп} = 6,4. Э.Дж. Рессель в фундаментальной монографии [21] приводит следующие опытные данные о влиянии азота на урожайность ячменя в сосудах в песчаной почве (табл. IV, стр. 30, [21]) (табл. 6).

Значение максимального урожая (A) при этом определено по части опытных данных: B = y₀ = 0,742; y₁ = 4,856; y₂ = 10,703; y₃ = 17,528, потому что выполняются условия: x₃ - x₂ = x₂ - x₁, или 168 - 112 = 112 - 56, если x₃ = 168, x₂ = 112, x₁ = 56, и находим:

$$A + B = \frac{2(0,742 + 4,856)(0,742 + 10,803)(0,742 + 17,528) - (11,545)^2(23,868)}{(5,598)(18,270) - (11,545)^2},$$

или:

$$A + 0,742 = 26,430; A = 25,69.$$

Среднее значение относительного коэффициента фактора роста при этом равно: c_{cp} = 0,002096. Опытные значения урожайности ячменя в песчаной почве при действии азота, когда x₅ = 280 г, x₆ = 420 г равны соответственно: y₅(280) = 21,289 г и y₆(420) = 28,727 г, а расчетные (прогнозные) количества урожайности равны соответственно: y₅(280) = 24,983 г и y₆(420) = 25,661, то есть различие не превышает 18%. Если воспользоваться следующими значениями урожайности: y₀(0) = 0,742; y₁(56) = 4,856; y₂(112) = 10,803, для которых выполняются условия: x₂ - x₁ = x₁ - x₀, или 112 - 56 = 56 - 0, и формулой (1) методики Э.А. Митчерлиха [16], то невозможно определить значение максимального (потенциального) урожая (A); в числителе и знаменателе дроби отношения (1) получаются различные знаки:

$$A = \frac{y_1^2 - y_0 \cdot y_2}{2y_1 - (y_0 + y_2)} = \frac{(4,856)^2 - (0,742)(10,803)}{2(4,856) - 0,742 - 10,803} = \frac{15,56491}{-1,833}.$$



Таким образом, в данном случае невозможно использовать методику Э.А. Митчерлиха [16] для обработки опытных данных. Если воспользоваться опытными данными из таблицы 6 и использовать значения: $B = y_0 = 0,742$; $y_1 = 10,803$; $y_2 = 21,289$; $y_3 = 28,727$, потому что выполняются приближенно условия: $420 - 280 \approx 280 - 112$, то можно найти значение максимального (потенциального) урожая (A) из соотношения:

$$A + B = \frac{2(0,742 + 10,803)(0,742 + 21,289)(0,742 + 28,727) - (22,031)^2(41,014)}{(11,545)(29,469) - (22,031)^2},$$

или:

$$A + 0,742 = 33,869; A = 33,127.$$

В таблице 7 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожайности ячменя в песчаной почве в зависимости от количества азота.

Рассмотрим опытные данные о влиянии калийных солей на рост ячменя (табл. V, стр. 31, [21]) (табл. 8).

Значение максимального урожая ячменя (A) при этом определено по опытным данным: $B = y_0(0) = 2,410$; $y_1(94,0) = 13,755$; $y_2(188,0) = 20,357$; $y_3(282,0) = 24,132$, потому что выполняются условия: $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$, или: $282 - 188 = 188 - 94$, если $x_3 = 282$, $x_2 = 188$, $x_1 = 94$, и находим:

$$A + B = \frac{2(2,410 + 13,755)(2,410 + 20,357)(2,410 + 24,132) - (22,767)^2(42,707)}{(16,165)(26,542) - (22,767)^2},$$

или:

$$A + 2,410 = 29,122; A = 26,712.$$

Результаты остальных расчетов приведены в таблице 8. Можно отметить, что коэффициенты действия азота (табл. 7) и калия (табл. 8) показывают и характеризуют конкретно влияние разных доз удобрений на рост ячменя: при малых дозах азота и калия их действие на растения практически одинаково, а при больших дозах действие азота значительно меньше, чем влияние калия. Воспользуемся результатами опытов, изложенными в монографии Т.Т. Ивановой [22]: урожайность зерна озимой пшеницы в зависимости от фосфорных удобрений при фоне $N = P = K = 0$ (табл. 70, стр. 102, [22]); в таблице 9 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожая при разных дозах фосфора на контрольном поле.

В таблице 10 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожая озимой пшеницы на контрольном поле при фоне $N = 80$ кг/га (табл. 70, стр. 102, [22]).

В таблице 11 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожая озимой пшеницы на контрольном поле при фоне $N = 120$ кг/га (табл. 70, стр. 102, [22]).

В таблице 12 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожая озимой пшеницы на контрольном поле при фоне $N = 160$ кг/га (табл. 70, стр. 102, [22]).

В таблице 13 приведены опытные и расчетные (прогнозные) значения урожая озимой пшеницы на контрольном поле при фоне $N_{60}P_{60}$ (табл. 67, стр. 67, [22]).

Данные таблиц 9-13 показывают хорошее соответствие опытных и расчетных значений урожайности озимой пшеницы при разных почвенно-климатических условиях, что может свидетельствовать о надежности и обоснованности новой цифровой модели роста и продуктивности сельскохозяйственных культур в общем. Расчеты по новой цифровой модели роста растений и, в частности, конкретные количественные значения коэффициента действия (c) факторов роста позволяют пояснить характер изменения кривых роста растений; начальный этап нормального развития растения происходит по экспоненциальному закону, затем наступает фаза прямой пропорциональной зависимости роста растения от количества действующих питательных веществ, дальнейшее увеличение количества питательных веществ уменьшает темп роста и происходит замедление роста растения.

В качестве **ОСНОВНЫХ ВЫВОДОВ** можно отметить следующие положения.

1. Дан краткий анализ результатов основных опубликованных работ по проблеме цифровизации сельского хозяйства Российской Федерации.

2. Впервые определено понятие «цифровое земледелие», как комплекс передовых агротехнологических, агротехнических, мелиоративных, экономических и экологических мероприятий, своевременное выполнение которых обеспечит получение экономически обоснованных урожаев различных сельскохозяйственных культур.

3. По новой методике проведены расчеты для разных сельскохозяйственных культур и почвенно-климатических условий по оценке влияния факторов роста на урожайность (продуктивность), показывающие хорошее соответствие опытных и расчетных (прогнозных) значений урожая.

Таблица 9. Данные для фона $N = P = K = 0$ Table 9. Data for background $N = P = K = 0$

№№ п.п.	Доза фосфора x_i , кг/га	Урожай (опыт) y_i , ц/га	Урожай (расчет), ц/га	Коэффициент действия $10^3 \times c_i$
1	0	15,8	15,800	-
2	60	25,9	25,900	0,3055
3	120	28,3	27,659	0,2980
4	180	29,4	29,418	0,2982
5	240	29,9	29,899	-
$N = P = K = 0$			$A = 30,298$	$B = 15,8$

Таблица 10. Данные для фона $N = 80$ кг/гаTable 10. Data for background $N = 80$ kg/ha

№№ п.п.	Доза фосфора x_i , кг/га	Урожай (опыт) y_i , ц/га	Урожай (расчет), ц/га	Коэффициент действия $10^3 \times c_i$
1	0	15,1	15,100	-
2	60	27,9	27,900	0,4171
3	120	31,4	33,615	0,2025
4	180	33,4	33,521	0,1875
5	240	34,6	34,599	-
$N = 80$			$A = 36,225$	$B = 15,1$

Таблица 11. Данные для фона $N = 120$ кг/гаTable 11. Data for background $N = 120$ kg/ha

№№ п.п.	Доза фосфора x_i , кг/га	Урожай (опыт) y_i , ц/га	Урожай (расчет), ц/га	Коэффициент действия $10^3 \times c_i$
1	0	13,8	13,800	-
2	60	28,5	28,500	0,3904
3	120	32,8	36,054	0,1777
4	180	35,4	35,636	0,1594
5	240	37,1	37,0999	-
$N = 120$			$A = 39,865$	$B = 13,8$

Таблица 12. Данные для фона $N = 160$ кг/гаTable 12. Data for background $N = 160$ kg/ha

№№ п.п.	Доза фосфора x_i , кг/га	Урожай (опыт) y_i , ц/га	Урожай (расчет), ц/га	Коэффициент действия $10^3 \times c_i$
1	0	13,1	13,100	-
2	60	28,6	28,600	0,3873
3	120	33,2	36,973	0,1703
4	180	36,0	35,329	0,1485
5	240	37,9	37,900	-
$N = 160$			$A = 41,276$	$B = 13,1$

Таблица 13. Данные для фона $N_{60}P_{60}$ Table 13. Data for background $N_{60}P_{60}$

№№ п.п.	Доза фосфора x_i , кг/га	Урожай (опыт) y_i , ц/га	Урожай (расчет), ц/га	Коэффициент действия $10^3 \times c_i$
1	40	5,6	5,600	-
2	80	7,0	7,000	1,9655
3	120	7,6	7,569	2,1510
4	160	7,8	7,799	2,1541
$N = 120$			$A = 39,865$	$B = 13,8$

4. Впервые на основе численных расчетов определены значения коэффициентов действия разных факторов роста и обоснован характер изменения кривых роста растений: начальный этап нормального развития растения происходит по экспоненциальному закону, затем наступает фаза прямой пропорциональной зависимости роста (массы) растения от количества действующих питательных веществ, дальнейшее увеличение количества питательных веществ уменьшает темп роста и происходит замедление роста растения.





Список источников

1. Цифровая экономика Российской Федерации. Программа утверждена Распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июня 2017 г., № 1632-р.
 2. Огницев С.Б. Концепция цифровой платформы агропромышленного комплекса // Международный сельскохозяйственный журнал. 2018. Т. 61. № 2. С. 16-22.
 3. Огницев С.Б. Актуальные вопросы современной агропродовольственной политики // Международный сельскохозяйственный журнал. 2018. Т. 61. № 4 (364). С. 67-70.
 4. Огницев С.Б. Цифровизация экономики и экономика цифровизации АПК // Международный сельскохозяйственный журнал. 2019. Т. 62. № 2 (368). С. 77-80.
 5. Кирюшин В.И., Иванов А.Л., Козубенко И.С. и др. Цифровое земледелие // Вестник Российской сельскохозяйственной науки. 2018. № 5. С. 4-9.
 6. Санду И.С., Рыженкова Н.Е., Фонина В.Е. и др. Цифровизация как инструмент инновационного развития АПК // АПК: экономика, управление. 2018. № 8. С. 12-18.
 7. Ушачев И.Г., Колесников А.В. Развитие цифровых технологий в сельском хозяйстве, как составная часть аграрной политики // АПК: экономика, управление. 2020. № 10. С. 4-16.
 8. Ерешко Ф.И., Кульба В.В., Меденников В.И. Интеграция цифровой платформы АПК с цифровыми платформами смежных отраслей // АПК: экономика, управление. 2018. № 10. С. 34-46.
 9. Меденников В.И. Цифровая экосистема АПК: научный подход // Международный сельскохозяйственный журнал. 2022. Т. 65. № 2 (386). С. 116-119.
 10. Эльдиева Т.М. Цифровые технологии — надежный спутник современного сельского хозяйства региона // Международный сельскохозяйственный журнал. 2019. Т. 62. № 5 (371). С. 55-57.
 11. Сологуб Н.Н., Уланова О.И., Остробородова Н.И., Остробородова Д.А. Проблемы и перспективы цифровых технологий в сельском хозяйстве // Международный сельскохозяйственный журнал. 2021. Т. 64. № 4 (382). С. 28-30.
 12. Федоренко В.Ф., Мишуров Н.П., Буклаган Д.С. и др. Цифровое сельское хозяйство: состояние и перспективы развития. М.: Росинформагротех, 2019. 316 с.
 13. Ведомственный проект «Цифровое сельское хозяйство»: официальное издание. М.: Росинформагротех, 2019. 48 с.
 14. Дрекслер Б., Годжаев Т.З. Цифровизация сельскохозяйственного производства России на период 2018-2025 гг. Москва-Берлин: ФГБНУ ФНАЦ ВИМ, 2018. 32 с.
 15. Mitscherlich, E.A., Merrec, E. (1909). Eine quantitatire Stiekstoftanalyse für sehr geringe Mengen. *Landwirtschaftliche Jahrbücher. Zeitschrift für wissenschaftliche Landwirtschaft*, bd. XXXVIII, vol. 7, st. 537-552.
 16. Митчерлих Э.А. Почвоведение. М.: Издательство иностранной литературы, 1957. 416 с.
 17. Митчерлих Э.А. Потребность почвы в удобрении. Практическое применение в земледелии закона действия факторов роста. М.-Л.: Госиздат, 1928. 70 с.
 18. Митчерлих Э.А. Определение потребности почвы в удобрении. М.-Л.: Госиздат сельскохозяйственной и колхозно-кооперативной литературы, 1931. 104 с.
 19. Григулецкий В.Г. Обобщение закона действия факторов роста и продуктивности растений Э.А. Митчерлиха // Масличные культуры. 2022. Вып. 2 (190). С. 18-29.
 20. Григулецкий В.Г. Приближенные цифровые модели роста и продуктивности растений (обзор) // Масличные культуры. 2022. Вып. 3 (191). С. 79-108.
 21. Рэссель Э.Дж. Почвенные условия и рост растений. М.: Сельхозгиз, 1931. 440 с.
 22. Иванова Т.И. Прогнозирование эффективности удобрений с использованием математических моделей. М.: Агропромиздат, 1989. 240 с.
- References**
1. Tsifrovaya ekonomika Rossiiskoi Federatsii. Programma utverzhdena Rasporiyazheniem Pravitel'stva Rossiiskoi Federatsii ot 28 iyunya 2017 g., № 1632-r [Digital economy of the Russian Federation. The program was approved by Order of the Government of the Russian Federation dated June 28, 2017, No. 1632-r].
 2. Ognivtsev, S.B. (2018). Kontseptsiya tsifrovoi platformy agropromyshlennogo kompleksa [The concept of a digital platform for the agro-industrial complex]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 61, no. 2, pp. 16-22.
 3. Ognivtsev, S.B. (2018). Aktual'nye voprosy sovremennoi agroprodovol'stvennoi politiki [Current issues of modern agricultural and food policy]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 61, no. 4 (364), pp. 67-70.
 4. Ognivtsev, S.B. (2019). Tsifrovizatsiya ekonomiki i ekonomika tsifrovizatsii APK [Digitalization of the economy and the economics of digitalization of the agro-industrial complex]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 62, no. 2 (368), pp. 77-80.
 5. Kiryushin, V.I., Ivanov, A.L., Kozubenko, I.S. i dr. (2018). Tsifrovoe zemledelie [Digital agriculture]. *Vestnik Rossiiskoi sel'skokhozyaistvennoi nauki* [Vestnik of the Russian agricultural sciences], no. 5, pp. 4-9.
 6. Sandu, I.S., Ryzenkova, N.E., Fonina, V.E. i dr. (2018). Tsifrovizatsiya kak instrument innovatsionnogo razvitiya APK [Digitalization as a tool for innovative development of the agro-industrial complex]. *APK: ekonomika, upravlenie* [AIC: economy, management], no. 8, pp. 12-18.
 7. Ushachev, I.G., Kolesnikov, A.V. (2020). Razvitiye tsifrovyykh tekhnologii v sel'skom khozyaistve, kak sostavnaya chast' agrarnoi politiki [Development of digital technologies in agriculture as an integral part of agricultural policy]. *APK: ekonomika, upravlenie* [AIC: economy, management], no. 10, pp. 4-16.
 8. Ereshko, F.I., Kul'ba, V.V., Medennikov, V.I. (2018). Integratsiya tsifrovoi platformy APK s tsifrovymi platformami smezhnykh otrassei [Integration of the digital platform of the agro-industrial complex with digital platforms of related industries]. *APK: ekonomika, upravlenie* [AIC: economy, management], no. 10, pp. 34-46.
 9. Medennikov, V.I. (2022). Tsifrovaya ekosistema APK: nauchnyi podkhod [Digital ecosystem of the agro-industrial complex: scientific approach]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 65, no. 2 (386), pp. 116-119.
 10. Ehldieva, T.M. (2019). Tsifrovye tekhnologii — nadezhnyi sputnik sovremennoi sel'skogo khozyaistva regiona [Digital technologies are a reliable companion of modern agriculture in the region]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 62, no. 5 (371), pp. 55-57.
 11. Sologub, N.N., Ulanova, O.I., Ostrorodova, N.I., Ostrorodova, D.A. (2021). Problemy i perspektivy tsifrovyykh tekhnologii v sel'skom khozyaistve [Problems and prospects of digital technologies in agriculture]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal* [International agricultural journal], vol. 64, no. 4 (382), pp. 28-30.
 12. Fedorenko, V.F., Mishurov, N.P., Buklagan, D.S. i dr. (2019). *Tsifrovoe sel'skoe khozyaistvo: sostoyaniye i perspektivy razvitiya* [Digital agriculture: status and development prospects]. Moscow, Rosinformagrotek Publ., 316 p.
 13. Rosinformagrotek (2019). *Vedomstvennyi proekt «Tsifrovoe sel'skoe khozyaistvo»: ofitsial'noe izdanie* [Departmental project "Digital agriculture": official publication]. Moscow, Rosinformagrotek Publ., 48 p.
 14. Dreksler, B., Godzhaev, T.Z. (2018). *Tsifrovizatsiya sel'skokhozyaistvennogo proizvodstva Rossii na period 2018-2025 gg.* [Digitalization of agricultural production in Russia for the period 2018-2025]. Moscow-Berlin, FGBNU FNATS VIM, 32 p.
 15. Mitscherlich, E.A., Merrec, E. (1909). Eine quantitatire Stiekstoftanalyse für sehr geringe Mengen. *Landwirtschaftliche Jahrbücher. Zeitschrift für wissenschaftliche Landwirtschaft*, bd. XXXVIII, vol. 7, st. 537-552.
 16. Mitcherlikh, Eh.A. (1957). *Pochvovedenie* [Soil science]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 416 p.
 17. Mitcherlikh, Eh.A. (1928). *Potrebnost' pochvy v udobrenii. Prakticheskoe primenenie v zemledeliu zakona deistviya faktorov rosta* [Soil need for fertilizer. Practical application in agriculture of the law of action of growth factors]. Moscow-Leningrad, Gosizdat Publ., 70 p.
 18. Mitcherlikh, Eh.A. (1931). *Opredelenie potrebnosti pochvy v udobrenii* [Determining soil fertilizer needs]. Moscow-Leningrad, State publishing house of agricultural and collective farm-cooperative literature, 104 p.
 19. Griguletskii, V.G. (2022). Obobshchenie zakona deistviya faktorov rosta i produktivnosti rastenii (obzor) [Generalization of the law of action of plant growth and productivity factors E.A. Mitscherlikha]. *Maslichnye kul'tury* [Oil crops], issue 2 (190), pp. 18-29.
 20. Griguletskii, V.G. (2022). Priblizhennye tsifrovyye modeli rosta i produktivnosti rastenii (obzor) [Approximate digital models of plant growth and productivity (review)]. *Maslichnye kul'tury* [Oil crops], issue 3 (191), pp. 79-108.
 21. Rehssel', Eh.Dzh. (1931). *Pochvennye usloviya i rost rastenii* [Soil conditions and plant growth]. Moscow, Sel'khozgiz Publ., 440 p.
 22. Ivanova, T.I. (1989). *Prognozirovaniye effektivnosti udobrenii s ispol'zovaniem matematicheskikh modelei* [Predicting fertilizer efficiency using mathematical models]. Moscow, Agropromizdat Publ., 240 p.

Информация об авторе:

Григулецкий Владимир Георгиевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики,
gvg-tnc@mail.ru

Information about the author:

Vladimir G. Griguletsky, doctor of technical sciences, professor, head of the department of higher mathematics,
gvg-tnc@mail.ru

gvg-tnc@mail.ru